Capítulo I
Lógica proposicional

Tema 1. Proposiciones y operadores Lógicos

1.1 Definiciones básicas

Término: Cada parte que constituye un enunciado o discurso. Sinónimo de palabra o colección de palabras.

Término categoremático: **término** que tiene significado propio e independiente

Término sincategoremático: **término** que no tiene significado propio y seutiliza para modificar o enlazar términos categoremáticos

Proposición lógica: agrupación de **términos** de la que se puede afirmar si su contenido es falso o verdadero. Pueden ser atómicas o moleculares

Proposición atómica: **proposición** que no puede descomponerse en partes que sean a su vez proposiciones.

Proposición molecular: **proposición** formada por una o varias proposiciones atómicas enlazadas por términos sincategoremáticos

Conectores proposicionales: **términos** sincategoremáticos que se usan para modificar o enlazar proposiciones

Conectores monádicos: se aplican a una sola proposición ej: negación

Conectores diádicos: se aplican a dos proposiciones

ej: conjunción (y), disyunción (o) disyunción exclusiva (o…o…) condicional (si…entonces) bicondicional (s y solo si)

Simbolizaciones: **proposiciones atómicas** se simbolizan por letras minúsculas comenzando por la *p* : *p. q, r, s*

Variable proposicional: símbolo que sustituye a una proposición atómica

Conectivo u operador lógico: símbolo del **conector proposicional**

Conector	*Símbolo*
negación	$\neg$
conjunción	$\wedge$
disyunción	$\vee$
disyunción exclusiva	Δ
condicional	$\rightarrow$
bicondicional	$\leftrightarrow$

Fórmula lógica: expresión simbólica que sustituye a una **proposición molecular**

Valorar o hallar valor lógico de una proposición: averiguar la falsedad o veracidad de la misma. V $\Leftrightarrow$ verdad $\Leftrightarrow$ 1, F $\Leftrightarrow$ falso $\Leftrightarrow$ 0.

Álgebra de proposiciones: Construcción de fórmulas lógicas y estudio de su veracidad o falsedad así como de sus propiedades

Axiomas del álgebra de proposiciones:

Axioma 1: toda **proposición** es verdadera o falsa, es decir, toma valores 0 o 1

Axioma 2: Una fórmula lógica representa una proposición cuyo valor de verdad o falsedad depende de los conectores y los valores de verdad o falsedad de las variables proposicionales que la contienen

Axioma 3: Los valores de verdad o falsedad de las fórmulas lógicas se establecen en tablas llamadas Tablas de verdad

Operación lógica: cuando modificamos o enlazamos una o varias proposiciones mediante conectores obteniendo una nueva proposición

1.2 Tablas de verdad

Representación de todas las combinaciones posibles de falsedad o veracidad de una proposición atómica o molecular. Contiene 2^n filas, siendo n la cantidad de variables de la proposición molecular.

Ejemplos de Tablas de verdad

$n = 1$

p
0
1

$n = 2$

p	q
0	0
0	1
1	0
1	1

$n = 3$

p	q	r
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

$n = 4$

p	q	r	s
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	0	1
0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	0
1	1	1	1

1.3 Operadores lógicos

Negación: Dada una proposición *p* su contraria *no p* es verdadera cuando aquella es falsa y se simboliza $\neg p$.

p	$\neg p$
0	1
1	0

Conjunción o producto lógico: Dadas dos proposiciones *p, q* , el producto lógico es la proposición molecular *p y q* que se simboliza $(p \wedge q)$

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Disyunción o suma lógica: Dadas dos proposiciones *p, q* , la suma lógica es la proposición molecular *p o q* que se simboliza $(p \vee q)$

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Disyunción exclusiva: Dadas dos proposiciones *p, q* , la disyunción exclusiva es la proposición molecular que se simboliza $(p \, \Delta \, q)$

p	q	$p \, \Delta \, q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Conjunción negativa: Dadas dos proposiciones *p, q* , la conjunción negativa significa lingüísticamente "ni" y se simboliza $(p \downarrow q)$

p	q	$p \downarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Condicional: Dadas dos proposiciones *p, q* , el condicional es la proposición molecular si *p entonces q* que se simboliza $(p \rightarrow q)$

p	q	$p \to q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
	1	1

Bicondicional: Dadas dos proposiciones *p, q* , el bicondicional es la proposición molecular *p si y solo si q* que se simboliza $(p \leftrightarrow q)$

p	q	$p \leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

1.4 Tautología contradicción y contingencia

Tautología: proposición que es siempre **verdadera** independiente de los valores de veracidad de sus proposiciones componentes. *Ejemplo* $p \vee \neg p$

Contradicción: proposición que es siempre **falsa** independiente de los valores de veracidad de sus proposiciones componentes. *Ejemplo* $p \wedge \neg p$

Contingencia: proposición que es verdadera o falsa *Ejemplo* $p \vee (p \downarrow q)$

1.5 Equivalencia e implicación lógicas

Proposiciones equivalentes: si sus tablas de verdad coinciden exactamente, se simboliza $\Leftrightarrow$

Ejemplo

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \to q$	$q \to p$	$(p \to q) \wedge (q \to p)$
0	*0*	*1*	*1*	*1*	*1*
0	*1*	*0*	*1*	*0*	*0*
1	*0*	*0*	*0*	*1*	*0*
1	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*

Implicación: Se dice que una proposición P implica lógicamente a Q y se escribe $P \Rightarrow Q$ si y solo si la condicional $P \to Q$ es una **tautología**, es decir, en ningún caso P es verdadera y Q es falsa

La implicación cumple las propiedades:

1. Reflexiva $P \Rightarrow P$
2. Antisimétrica $[(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)] \to (P \Leftrightarrow Q)$
3. Transitiva $[(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R)] \to (P \Rightarrow R)$

$P \Rightarrow Q$ se denomina **Teorema** donde P es condición suficiente para Q o Q es condición necesaria para P

Teorema directo: $P \Rightarrow Q$

Teorema recíproco: $Q \Rightarrow P$
Teorema contrario: $\neg P \Rightarrow \neg Q$
Teorema contrarrecíproco: $\neg Q \Rightarrow \neg P$

1.6 Leyes Lógicas

Leyes de absorción

$$\left[p \vee (p \wedge q)\right] \Leftrightarrow p$$
$$\left[p \wedge (p \vee q)\right] \Leftrightarrow p$$

Leyes de idempotencia

$$p \vee p \Leftrightarrow p$$
$$p \wedge p \Leftrightarrow p$$

Leyes de asociatividad

$$\left[p \vee (q \vee r)\right] \Leftrightarrow \left[(p \vee q) \vee r\right]$$
$$\left[p \wedge (q \wedge r)\right] \Leftrightarrow \left[(p \wedge q) \wedge r\right]$$

Leyes de conmutatividad

$$(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$$
$$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$$
$$(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (q \leftrightarrow p)$$

Leyes de complementación

$(p \vee \neg p) \Leftrightarrow 1$ ley del tercio exclusivo
$(p \wedge \neg p) \Leftrightarrow 0$ ley de contradiccion

Leyes de distributividad

$$\left[p \vee (q \wedge r)\right] \Leftrightarrow \left[(p \vee q) \wedge (p \vee r)\right]$$
$$\left[p \wedge (q \vee r)\right] \Leftrightarrow \left[(p \wedge q) \vee (p \wedge r)\right]$$
$$\left[p \rightarrow (q \wedge r)\right] \Leftrightarrow \left[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)\right]$$
$$\left[p \rightarrow (q \vee r)\right] \Leftrightarrow \left[(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)\right]$$

Leyes de identidad

$$(p \vee 0) \Leftrightarrow p$$
$$(p \wedge 1) \Leftrightarrow p$$
$$p \Rightarrow p$$
$$p \Leftrightarrow p$$

Ley de la doble negación o de involución

$$\neg\neg p \Leftrightarrow p$$

Leyes de De Morgan

$$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$$
$$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$$

Leyes de simplificación

$$(p \wedge q) \Rightarrow p$$
$$(p \wedge q) \Rightarrow q$$

Leyes de adición

$$p \Rightarrow (p \vee q)$$
$$q \Rightarrow (p \vee q)$$

Leyes de inferencia de la alternativa o de los silogismos disyuntivos

$$\left[\neg p \wedge (p \vee q)\right] \Rightarrow q$$
$$\left[p \wedge (\neg p \vee \neg q)\right] \Rightarrow \neg q$$

Leyes de transitividad o del silogismo hipotético

$$\left[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)\right] \Rightarrow (p \rightarrow r)$$
$$\left[(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r)\right] \Rightarrow (p \leftrightarrow r)$$

Ley del dilema constructivo

$$\left[(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)\right] \Rightarrow r$$

Segunda ley del dilema constructivo

$$\left[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \vee r)\right] \Rightarrow (q \vee s)$$

Ley del dilema destructivo

$$\left[(\neg p \vee \neg q) \wedge (r \rightarrow p) \wedge (s \rightarrow q)\right] \Rightarrow (\neg r \vee \neg s)$$

Ley del bicondicional

$$(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow \left[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)\right]$$

Leyes del condicional

$$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \text{ condicional disyuntivo}$$
$$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q) \text{ reduccion al absurdo}$$

Leyes de transposición

$$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$$
$$(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \leftrightarrow \neg p)$$

Ley de permutación

$$\left[p \rightarrow (q \rightarrow r)\right] \Leftrightarrow \left[q \rightarrow (p \rightarrow r)\right]$$

Ley del silogismo

$$(p \rightarrow q) \Rightarrow \left[(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)\right]$$

Ley de exportación e importación

$$\left[(p \wedge q) \rightarrow r\right] \Leftrightarrow \left[p \rightarrow (q \rightarrow r)\right]$$

Leyes de expansión

$$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow \left[(p \vee q) \leftrightarrow q\right]$$
$$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow \left[(p \wedge q) \leftrightarrow p\right]$$

Ley de separación o del modus ponendo ponens

$$\left[(p \rightarrow q) \wedge p\right] \Rightarrow q$$

Ley del modus tolendo tolens

$$\left[(p \rightarrow q) \wedge \neg q\right] \Rightarrow p$$

Ley del modus tolendo ponens

$$\left[(p \vee q) \wedge p\right] \Rightarrow q$$

Ley de resolución

$$\left[(\neg p \vee q) \wedge (p \vee r)\right] \Rightarrow (q \vee r)$$

Tema 2. Cálculo de operadores lógicos

2.1 Procedimientos de decisión

Tablas de verdad
Árboles semánticos
Refutación

2.2 Sistema inferencial del cálculo de proposiciones

Reglas básicas de inferencia:

Reglas de Eliminación	Reglas de Introducción
Reglas básicas del condicional	
1.Modus ponendo ponens $\begin{array}{l} p \to q \\ p \\ \hline q \end{array}$	2. Teorema de deducción $\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} p \\ \vdots \\ q \end{array}\right. \\ \hline p \to q \end{array}$
Reglas básicas de la conjunción	
3. Simplificación $\begin{array}{l} p \wedge q \\ \hline p \end{array}$	4. Producto $\begin{array}{l} p \\ q \\ \hline p \wedge q \end{array}$

Reglas básicas de la disyunción	
5. Prueba por casos $\begin{array}{l} p \vee q \\ \left[\begin{array}{l} p \\ \vdots \\ r \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} q \\ \vdots \\ r \end{array}\right. \\ \hline r \end{array}$	6. Adición $\begin{array}{l} p \\ \hline p \vee q \end{array}$ $\begin{array}{l} q \\ \hline p \vee q \end{array}$
Reglas básicas de la negación	

7. Doble negación	8. Reducción al absurdo
$\dfrac{\neg\neg p}{p}$	$\dfrac{\left[\begin{array}{l} p \\ \vdots \\ q \wedge \neg q \end{array}\right.}{\neg p}$

Tema 3. Lógica de predicados

3.1 Cuantificadores

Cuantificador universal: *"para todo", "cualquier"*

Sea *P(x)* un predicado sobre el conjunto A $(\forall x \in A)P(x)$

$$\text{Si } A = \{a_1, a_2, ..., a_{n-1}, a_n\}$$

$$(\forall x \in A)P(x) \Leftrightarrow P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge ... \wedge P(a_{n-1}) \wedge P(a$$

Cuantificador existencial: *"existe al menos uno", "alguno"*

Sea *P(x)* un predicado sobre $A \neq \varnothing$ $(\exists x \in A)P(x)$

$$\text{Si } A = \{a_1, a_2, ..., a_{n-1}, a_n\}$$

$$(\forall x \in A)P(x) \Leftrightarrow P(a_1) \vee P(a_2) \vee ... \vee P(a_{n-1}) \vee P(a_n)$$

Relaciones entre los cuantificadores:

Sea *P(x)* un predicado sobre A

$$\neg(\forall x)P(x) \Leftrightarrow (\exists x)(\neg P(x))$$

$$\neg(\exists x)P(x) \Leftrightarrow (\forall x)(\neg P(x))$$

Casos particulares de los anteriores:

$$\neg(\exists x)(\neg P(x)) \Leftrightarrow (\forall x)P(x)$$

$$\neg(\forall x)(\neg P(x)) \Leftrightarrow (\exists x)(P(x))$$

Cuantificador Universal $\forall$ y conectivos $\wedge$ y $\vee$

$$(\forall x P(x)) \wedge (\forall x Q(x)) \leftrightarrow (\forall x)(P(x) \wedge Q(x))$$

$$(\forall x P(x)) \vee (\forall x Q(x)) \rightarrow (\forall x)(P(x) \vee Q(x))$$

Cuantificador Existencial $\exists$ y conectivos $\wedge$, $\vee$ y $\rightarrow$

$$(\exists x P(x)) \vee (\exists x Q(x)) \leftrightarrow (\exists x)(P(x) \vee Q(x))$$

$$(\exists x P(x)) \wedge (\exists x Q(x)) \leftarrow (\exists x)(P(x) \wedge Q(x))$$

$$(\exists x P(x)) \rightarrow (\exists x Q(x)) \leftarrow (\exists x)(P(x) \rightarrow Q(x)$$

3.2 Proposiciones Categóricas.

Proposición Universal Afirmativa: *A*

Todo S es P $\quad (\forall x)(S(x) \rightarrow P(x)) \quad S \subset P$

Proposición Universal Negativa: *E*

Ningún S es P $\quad (\forall x)(S(x) \rightarrow \neg P(x)) \quad S \cap P = \varnothing$

Proposición Particular Afirmativa: *I*

Algún S es P $(\exists x)(S(x) \wedge P(x))$ $S \cap P \neq \varnothing$

Proposición Particular Negativa: *O*

Algún S no es P $(\forall x)(S(x) \wedge \neg P(x))$ $S \not\subset P$

Ejemplos
- Toda función continua en [a,b], es integrable en [a,b]
- Toda circunferencia cumple que la razón Perímetro/diámetro = π
- Ningún número de la forma n! + n es primo
- Ninguna matriz singular (|A|=0) tiene inversa
- Algunos sistemas de ecuaciones lineales tienen infinitas soluciones
- Algunos triángulos rectángulos son isósceles
- Algunas funciones continuas en [a,b] no son derivables en todo punto de [a,b] Algunas matrices no tienen inversa.

3.3 El Silogismo Categórico

Se llama Silogismo Categórico a la deducción a partir de dos proposiciones categóricas donde la conclusión también es una proposición categórica.

Términos del Silogismo Categórico
- Término Menor = Sujeto de la conclusión = Premisa Menor
- Término Mayor = Predicado de la conclusión = Premisa Mayor
- Término Medio = Figura en ambas premisas y no en la conclusión

Tipos de Silogismos Categóricos

Figura 1	*Figura 2*	*Figura 3*	*Figura 4*
M — P	*P — M*	*M — P*	*P — M*
S — M	*S — M*	*M — S*	*M — S*
___________	___________	___________	___________
S — P	*S — P*	*S — P*	*S — P*

Tabla de Silogismos Válidos:

Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4
Barbara (*AAA-1*)	Cesare (*EAE-2*)	Disamis (*IAI-3*)	Bramantip (*AAI-4*)
Celarent (*EAE-1*)	Camestres (AEE-2)	Datisi (*AII-3*)	Camenes (*AEE-4*)
Darii (*AII-1*)	Festino (*EIO-2*)	Bocardo (*OAO-3*)	Dimaris (*IAI-4*)
Ferio (*EIO-1*)	Baroco (*AOO-2*)	Ferison (*EIO-3*)	Fesapo (*EAO-4*)
Barbari (*AAI-1*)	Cesaro (*EAO-2*)	Darapti (*AAI-3*)	Fresison (*EIO*-4)
Celaront (*EAO-1*)	Camestrop (*AEO-2*)	Felapton (*EAO-3*)	Camenop (*AEO-4*)

Ejemplos

Analizar la validez de los siguientes modos silogísticos

1.- *Ningún número negativo es natural*
Todo numero menor que 0 es negativo
____
Ningún número menor que 0 es natural

Término mayor = *S (sujeto) = menor que 0,* Término menor = *P (predicado) = es natural,* Término medio = ***M** = negativo*

Ningún número negativo es natural	***E***	***M** — P*
Todo número menor que 0 es negativo	***A***	*S —* ***M***
Ningún número menor que 0 es natural	***E***	*S — P*

Corresponde a la figura 1, modo EAE-1, luego es válido

2.- *Todo número entero es real*	***A***	***M** — P*
Todo número natural es entero	***A***	*S —* ***M***
Todo número natural es real	***A***	*S — P*

Término mayor = *S (sujeto) = es natural*, Término menor = *P (predicado) = es real,* Término medio = ***M** = es entero*

Corresponde a la figura 1, modo AAA-1, luego es válido

3.- *Ningún número impar es divisible por 2*	***E***	*P —* ***M***
Algún número primo es divisible por 2	***I***	*S —* ***M***
Algún número primo no es impar	***O***	*S — P*

Término mayor = *S (sujeto) = Primos*, Término menor = *P (predicado) = Impares,* Término medio = ***M** = Divisible por 2*

Corresponde a la figura 2, modo EIO-1, luego es válido

Ejercicios Resueltos

1.- En cada una de las siguientes formas proposicionales encontrar equivalentes utilizando los conectivos $\wedge$ y $\neg$, simplificándolas en lo posible.

a) $p \vee q \vee \neg r$ *(Los paréntesis suelen omitirse)*

Solución: $\neg(\neg p \wedge \neg q \wedge r)$

b) $p \vee [(\neg q \wedge r) \rightarrow p]$

Solución: $\neg[\neg p \wedge (\neg q \wedge r)]$

c) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$

Solución: $\neg(p \wedge q \wedge \neg r)$

2.- Simplificar las siguientes expresiones y escribirlas utilizando los conectivos $\vee$ y $\neg$.

a) $(p \wedge \neg q) \wedge \neg p$

Solución: $\varnothing$

b) $p \rightarrow (q \vee r) \wedge \neg p \wedge q$

Solución: $\neg p \vee \neg[\neg(q \vee r) \vee p \vee \neg q]$

c) $\neg p \wedge \neg q \wedge (r \rightarrow p)$

Solución: $\neg[p \vee q \vee \neg(\neg r \vee p)]$

3.- Simplificar las formas proposicionales siguientes:

a) $[(p \wedge q) \wedge r] \vee [(p \wedge q) \wedge \neg r] \vee [\neg p \wedge q]$

Solución: $\tau \wedge q \equiv q$ (τ = Tautología)

b) $[p \rightarrow (q \vee \neg r)] \wedge \neg p \wedge q$

Solución: $\neg p \wedge q$

4.- Averiguar mediante tablas de verdad si son o no tautologías las formas proposicionales siguientes:

a) $p \leftrightarrow \neg\neg p$

p	$\neg p$	$\neg\neg p$	$p \leftrightarrow \neg\neg p$
1	0	1	1
0	1	0	1

b) $\left[(p \vee q) \vee r\right] \leftrightarrow \left[p \vee (q \vee r)\right]$

p	q	r	$p \vee q$	$\left[(p \vee q) \vee r\right]$	$(q \vee r)$	$\left[p \vee (q \vee r)\right]$	$\left[(p \vee q) \vee r\right] \leftrightarrow \left[p \vee (q \vee r)\right]$
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	1

c) $(p \wedge \neg p) \rightarrow q$

p	q	$\neg p$	$(p \wedge \neg p)$	$(p \wedge \neg p) \rightarrow q$
1	1	0	0	1
1	0	0	0	1
0	1	1	0	1
0	0	1	0	1

d) $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow (p \wedge q))$

p	q	$p \rightarrow q$	$p \wedge q$	$p \rightarrow (p \wedge q)$	$(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow (p \wedge q))$
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1

e) $\left[(p \wedge q) \vee \neg r\right] \leftrightarrow p$

p	q	r	$\neg r$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \vee \neg r$	$\left[(p \wedge q) \vee \neg r\right] \leftrightarrow p$
1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0
0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1	0

f) $\neg(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$(\neg p \vee \neg q)$	$\neg(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$
1	1	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1	1

5.- Escribir las siguientes expresiones lógicas utilizando los conectivos $\wedge$, $\vee$ y $\neg$.
Para resolverlo usaremos sus tablas de verdad.

a) $p \Delta q$

Solución:

p	q	$p \Delta q$	
0	0	0	
0	1	1	$\Leftrightarrow (\neg p \wedge q)$
1	0	1	$\Leftrightarrow (p \wedge \neg q)$
1	1	0	

Luego $p \Delta q \Leftrightarrow (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$

b) $p \downarrow q$

p	q	$p \downarrow q$	
0	0	1	$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$
0	1	0	
1	0	0	
1	1	0	

Luego $p \downarrow q \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

c) $p \to q$

p	q	$p \to q$	
0	0	1	$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$
0	1	1	$\Leftrightarrow (\neg p \wedge q)$

1	0	0	$\Leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$
1	1	1	$\Leftrightarrow (p \wedge q)$

Luego $(p \to q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \wedge (\neg p \wedge q) \wedge (p \wedge q) \Leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$

Aplicando De Morgan $\neg(p \wedge \neg q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg\neg q \Leftrightarrow \neg p \vee q$

Luego $p \to q \Leftrightarrow \neg p \vee q$ también.

c) $p \leftrightarrow q$

p	q	$p \leftrightarrow q$	
0	0	1	$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$
0	1	0	
1	0	0	
1	1	1	$\Leftrightarrow (p \wedge q)$

Luego $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \to q) \wedge (q \to p) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q)$

Pero $p \to q \Leftrightarrow \neg p \vee q$ y $q \to p \Leftrightarrow \neg q \vee p$ (del apartado anterior)

Luego $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)$ también.

6.- Resolver los siguientes argumentos:

a) ***Conclusión:*** $t \vee u$

1. $(p \wedge q) \to (r \vee s)$
2. $p \to q$
3. $p \wedge (r \to (t \wedge u))$
4. $s \to (t \wedge w)$

---

5. p Simp 3
6. q MPP(2,5)
7. $p \wedge q$ Prod(5,6)
8. $r \vee s$ MPP(1,7)
9. $r \to (t \wedge u)$ Simp 3
10. r
11. $t \wedge u$ MPP(9,10)
12. t
13. s
14. $t \wedge w$ MPP(4,13)
15. t Simp 14

16. t Cas 8,10-12,13-15
17. $t \vee u$ Ad 16

b) ***Conclusión:*** $\neg p$

1. $p \to (\neg q \wedge r)$
2. $r \to q$

---

3. p aux
4. $\neg q \wedge r$ MPP(1,3)
5. r Simp 4
6. q MPP (2,5)
7. $\neg q$ Simp 4
8. $q \wedge \neg q$ Prod(6,7)
9. $\neg p$ Abs 3-8

c) ***Conclusión:*** $\neg t$

1. $(p \vee s) \to \neg(q \wedge r)$
2. $r \to w \vee m$
3. $w \to p$
4. $m \to s$
5. $\neg(q \wedge r) \to \neg t$

---

6. r Aux
7. $w \vee m$ MPP(2,6)
8. w
9. p MPP(3,8)
10. $p \vee s$ Ad 9
11. $\neg(q \wedge r)$ MPP(1,10)
12. $\neg t$ MPP(5,11)
13. m
14. s MPP(4,13)
15. $p \vee s$ Ad 14
16. $\neg(q \wedge r)$ MPP(1,14)
17. $\neg t$ MPP(5,15)
18. $\neg t$ CAS 7, 8-12, 13-16

d) ***Conclusión:*** $r \to \neg p$

1. $p \wedge q \rightarrow \neg r$
2. $q \wedge t$

---

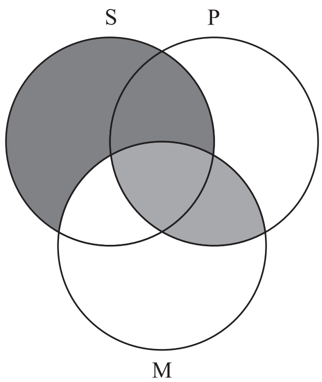
3. r
4. q Simp 2
5. p Aux
6. $p \wedge q$ Prod(4,5)
7. $\neg r$ MPP(1,6)
8. $r \wedge \neg r$ Prod(3,7)
9. $\neg p$ Abs 5-8
10. $r \rightarrow \neg p$

7.- Analizar la validez de los siguientes modos:

Ningún número negativo es natural
Todo número menor que 0 es negativo

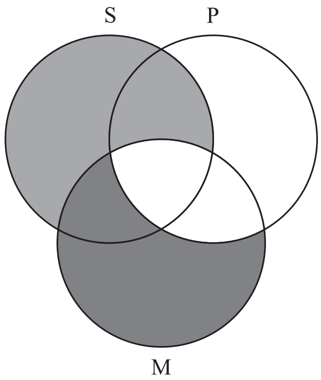
Ningún número menor que 0 es natural

Término mayor = S (sujeto) = menor que 0
Término menor = P (predicado) = es natural
Término medio = **M** = negativo



Ningún número negativo es natural	*E*	***M*** *— P*
Todo número menor que 0 es negativo	*A*	*S —* ***M***
Ningún número menor que 0 es natural	*E*	*S — P*

Corresponde a la figura 1, modo EAE-1, luego es válido



Todo número entero es real	*A*	***M*** *— P*
Todo número natural es entero	*A*	*S —* ***M***
Todo número natural es entero	*A*	*S — P*

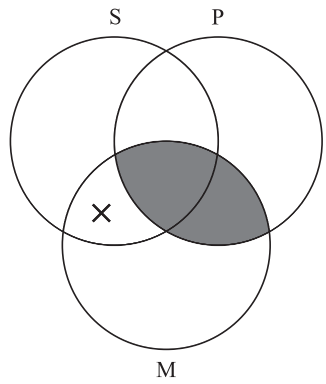
Término mayor = S (sujeto) = es natural
Término menor = P (predicado) = es real
Término medio = **M** = es entero

Corresponde a la figura 1, modo AAA-1, luego es válido

Ningún número impar es divisible por 2 *E* *P* — ***M***
Algún número primo es divisible por 2 *I* *S* — ***M***

Algún número primo no es impar *O* *S* — *P*

Término mayor = S (sujeto) = Primos
Término menor = P (predicado) = Impares
Término medio = **M** = Divisibles por 2

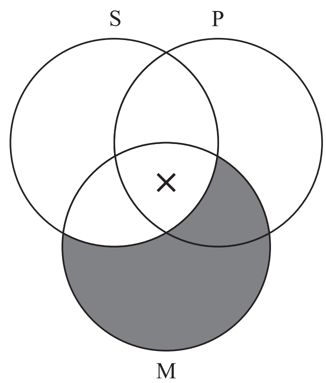


Corresponde a la figura 2, modo EIO-2, luego es válido

Algunos triángulos son rectángulos *I* ***M*** — *P*
Todo triángulo tiene tres ángulos que
Suman 180º *A* ***M*** — *S*

Algún triángulo cuyos tres ángulos
suman 180º es un triángulo rectángulo *I* *S* — *P*

Término mayor = S (sujeto) = Triángulo cuyos 3 ángulos suman 180º
Término menor = P (predicado) = Triángulo rectángulo
Término medio = **M** = Triángulo

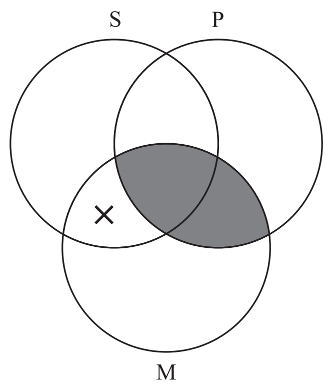


Corresponde a la figura 3, modo IAI-3, luego es válido

Ninguna matriz singular es invertible *E* *P* — ***M***
Algunas matrices invertibles
son triangulares *I* ***M*** — *S*

Algunas matrices triangulares no
son singulares *O* *S* — *P*

Término mayor = S (sujeto) = Triangular
Término menor = P (predicado) = Singular
Término medio = **M** = Invertible



Corresponde a la figura 4, modo EIO-4, luego es válido

Algunos triángulos son rectángulos ***I*** ***M*** — *P*
Todo triángulo tiene tres ángulos
que suman 180º ***A*** ***M*** — *S*

Algún triángulo cuyos tres ángulos suman 180º
es un triángulo rectángulo ***I*** *S —P*

Término mayor = *S (sujeto) = Triángulo cuyos 3 ángulos suman 180º,* Término menor = *P (predicado) = Triángulo rectángulo,* Término medio = ***M*** *= Triángulo*

Corresponde a la figura 3, modo IAI-3, luego es válido

5.- *Ninguna matriz singular es invertible* ***E*** *P —* ***M***
Algunas matrices invertibles son triangulares ***I*** ***M*** *—S*

Algunas matrices triangulares
no son singulares ***O*** ***S*** *—P*

Término mayor = *S (sujeto) = Triangular*, Término menor = *P (predicado) = Singular,* Término medio = ***M*** *= Invertible*

Corresponde a la figura 4, modo EIO-4, luego es válido