

10 de Mayo de 2011

VECTORES EN R² Y R³ (Clase 01)

Departamento de Matemática Aplicada

Facultad de Ingeniería

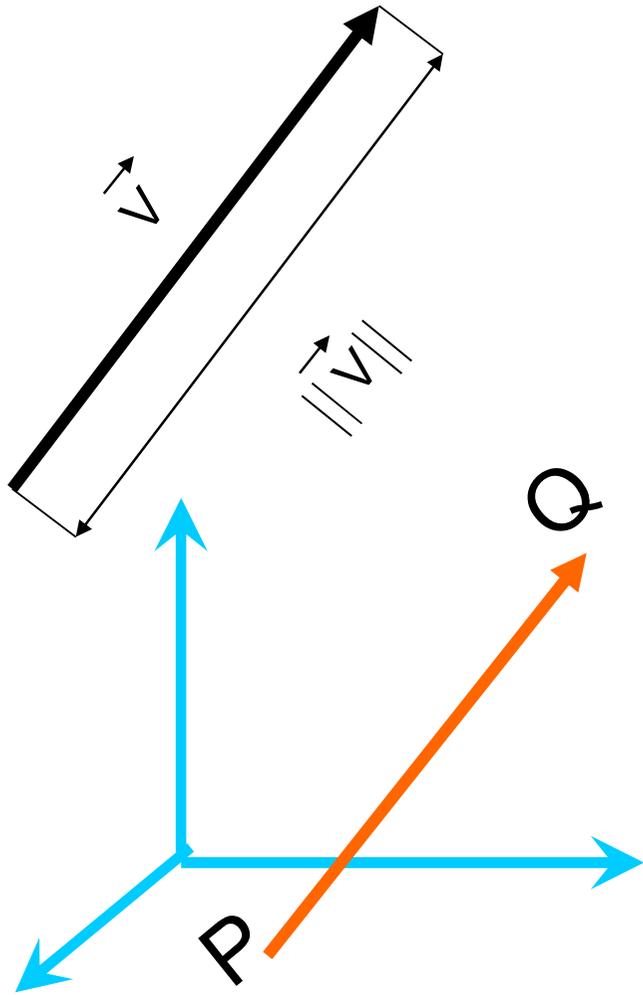
Universidad Central de Venezuela

Puntos a tratar

1. **Definición geométrica de un vector**
2. **Definición algebraica de un vector**
3. **Magnitud y dirección**
4. **Suma de vectores**
5. **Propiedades de la suma de vectores**
6. **Producto de un vector por un escalar**
7. **Espacio tridimensional**
8. **Vector en \mathbb{R}^3**
9. **Operaciones**
10. **Vectores unitarios**
11. **Paralelismo**

Vectores

(Definición geométrica de un vector)



Definamos el **vector** como un **segmento de recta dirigido**.

Sean P y Q dos puntos del espacio. El segmento de recta dirigido \overrightarrow{PQ} , es el segmento de recta que va del punto inicial P al punto final Q .

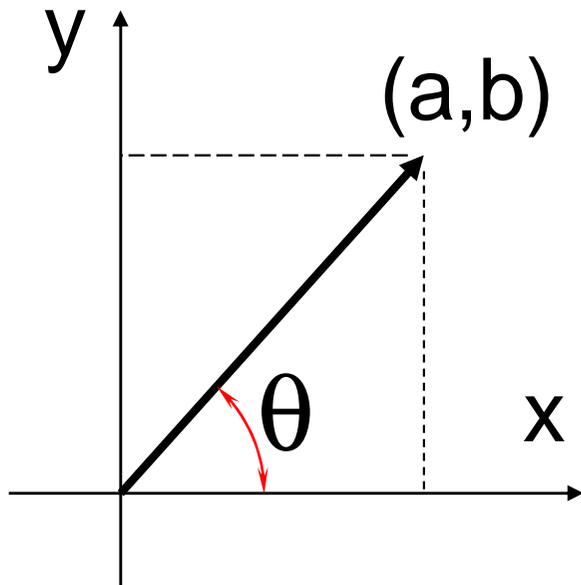
Puntos a tratar

1. Definición geométrica de un vector
2. **Definición algebraica de un vector**
3. Magnitud y dirección
4. Suma de vectores
5. Propiedades de la suma de vectores
6. Producto de un vector por un escalar
7. Espacio tridimensional
8. Vector en \mathbb{R}^3
9. Operaciones
10. Vectores unitarios
11. Paralelismo

Vectores en el plano

(Definición algebraica de un vector)

Un vector v en el plano XY es un par ordenado de números reales (a,b) , donde a y b se llaman componentes del vector.



$v = (a,b)$ se llama **vector de posición**, cuyo punto inicial es el origen $(0,0)$

Puntos a tratar

1. Definición geométrica de un vector
2. Definición algebraica de un vector
3. **Magnitud y dirección**
4. Suma de vectores
5. Propiedades de la suma de vectores
6. Producto de un vector por un escalar
7. Espacio tridimensional
8. Vector en \mathbb{R}^3
9. Operaciones
10. Vectores unitarios
11. Paralelismo

Magnitud y dirección

Magnitud: Se denota por $\|\vec{v}\|$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

con: $v = (a, b)$

Dirección: ángulo θ medido en radianes, que forma el vector con el semieje positivo de las X (abscisas).

$$\tan \theta = \frac{b}{a}, \quad a \neq 0$$

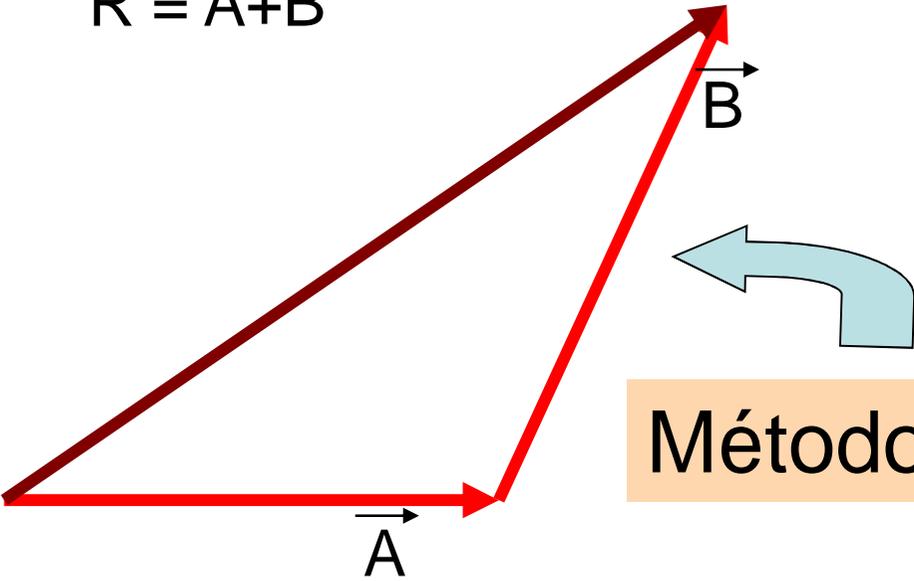
$$0 \leq \theta < 2\pi$$

Puntos a tratar

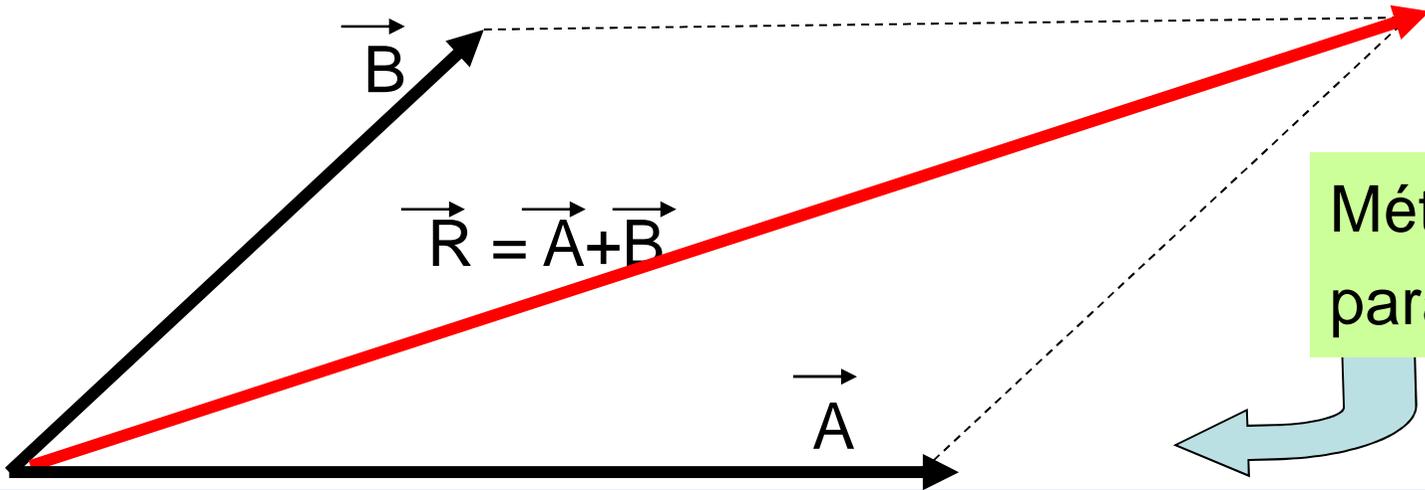
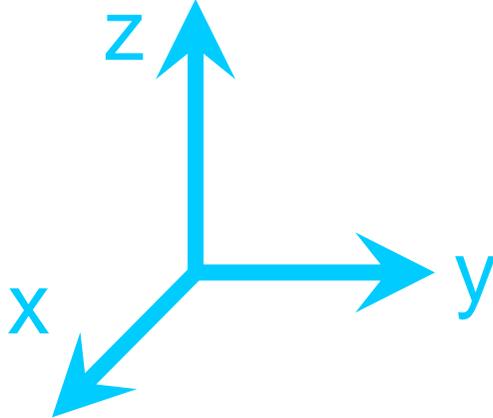
1. Definición geométrica de un vector
2. Definición algebraica de un vector
3. Magnitud y dirección
4. **Suma de vectores**
5. Propiedades de la suma de vectores
6. Producto de un vector por un escalar
7. Espacio tridimensional
8. Vector en \mathbb{R}^3
9. Operaciones
10. Vectores unitarios
11. Paralelismo

Suma de vectores

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$



Método del triángulo

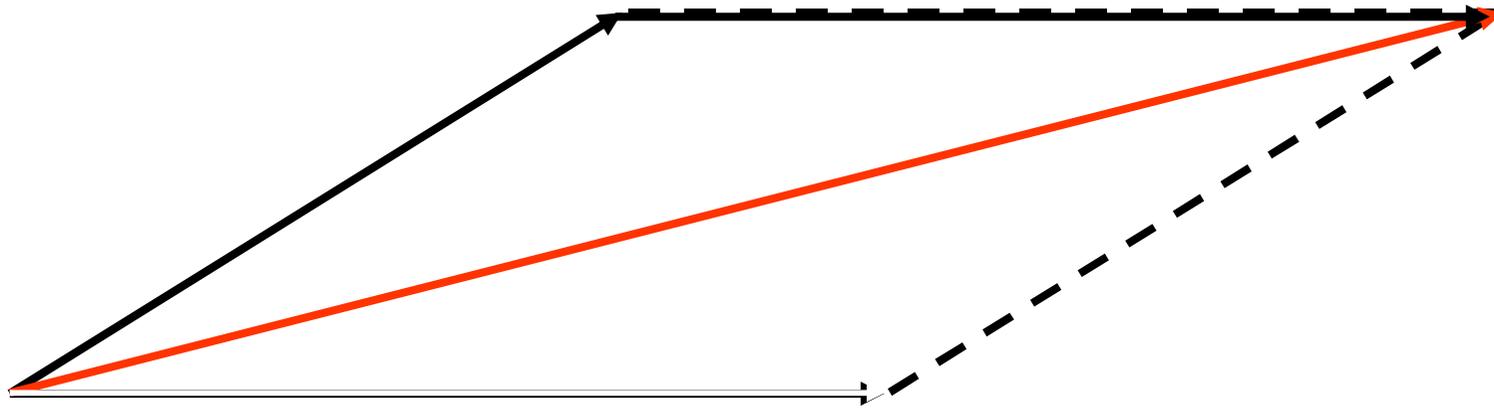


Método del paralelogramo

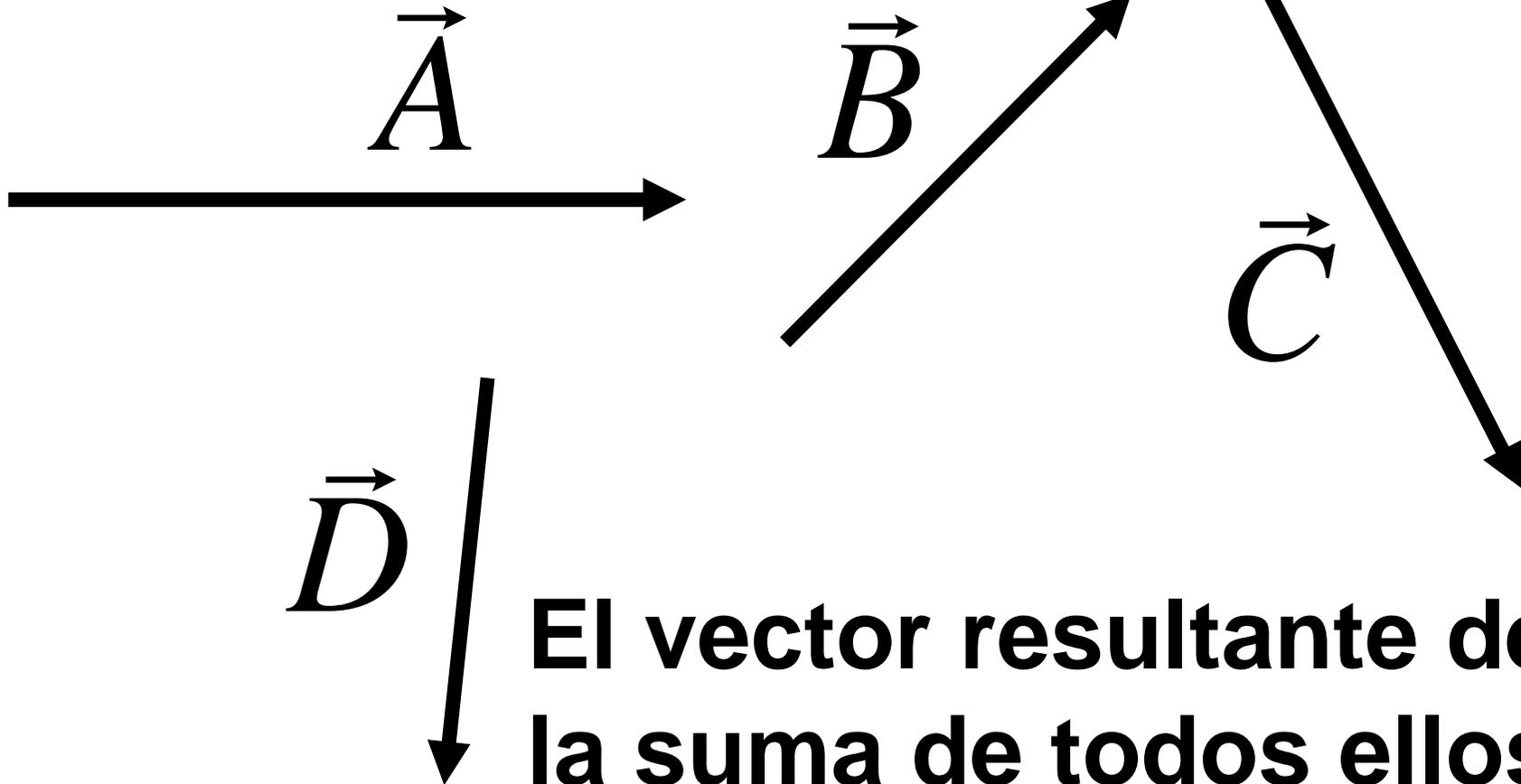
Suma de vectores

Es otro vector que se obtiene de la siguiente forma:

O bien

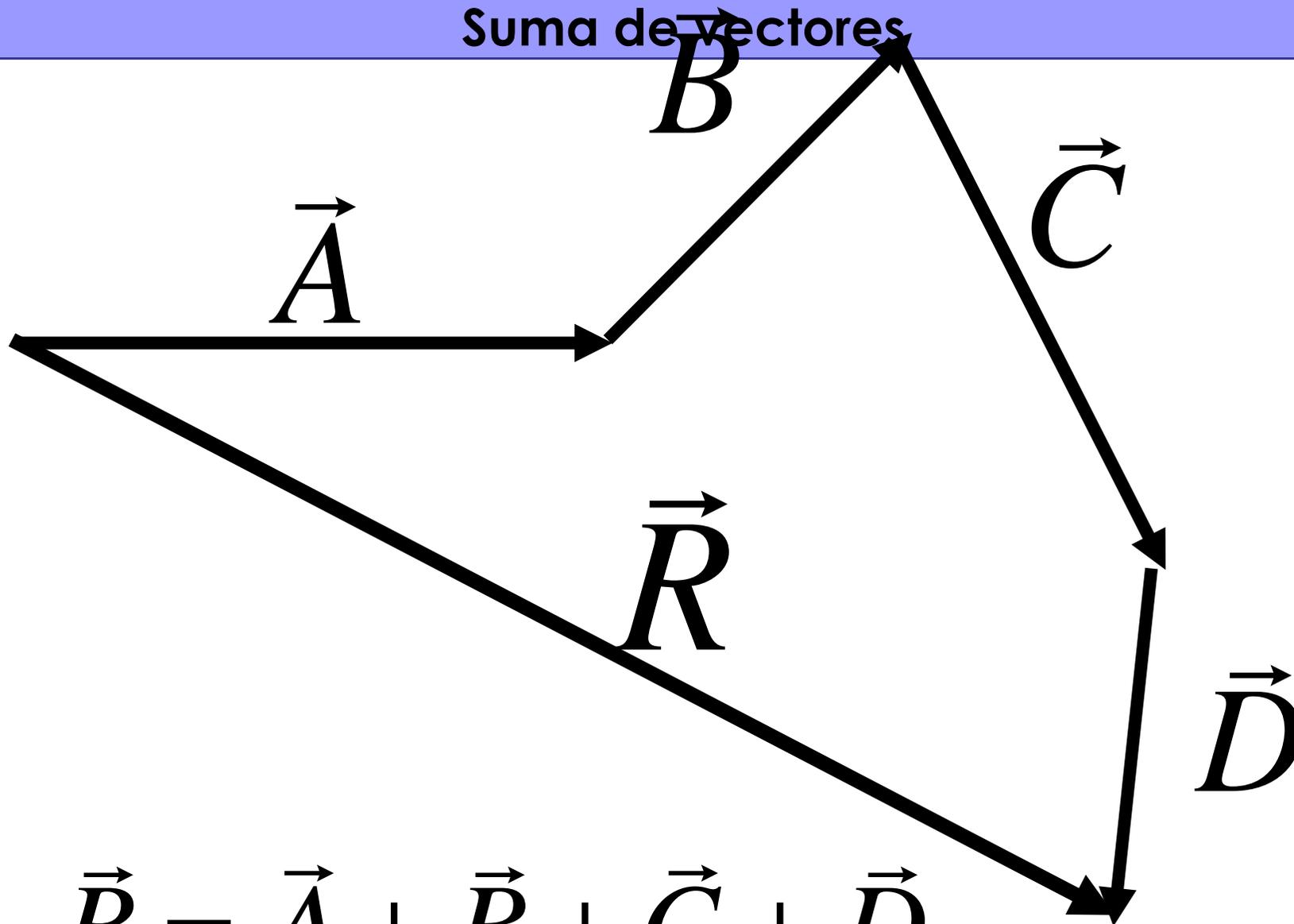


Suma de vectores



El vector resultante de la suma de todos ellos será:

Suma de vectores



$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$$

Puntos a tratar

1. Definición geométrica de un vector
2. Definición algebraica de un vector
3. Magnitud y dirección
4. Suma de vectores
5. **Propiedades de la suma de vectores**
6. Producto de un vector por un escalar
7. Espacio tridimensional
8. Vector en \mathbb{R}^3
9. Operaciones
10. Vectores unitarios
11. Paralelismo

Propiedades de la suma de vectores

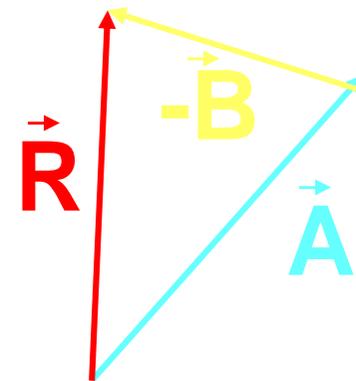
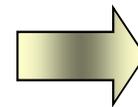
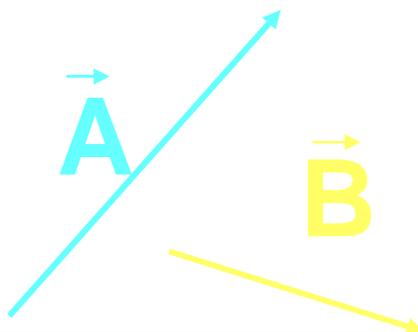
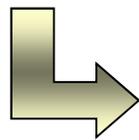
Ley Conmutativa

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

Diferencia

$$\vec{R} = \vec{A} - \vec{B}$$

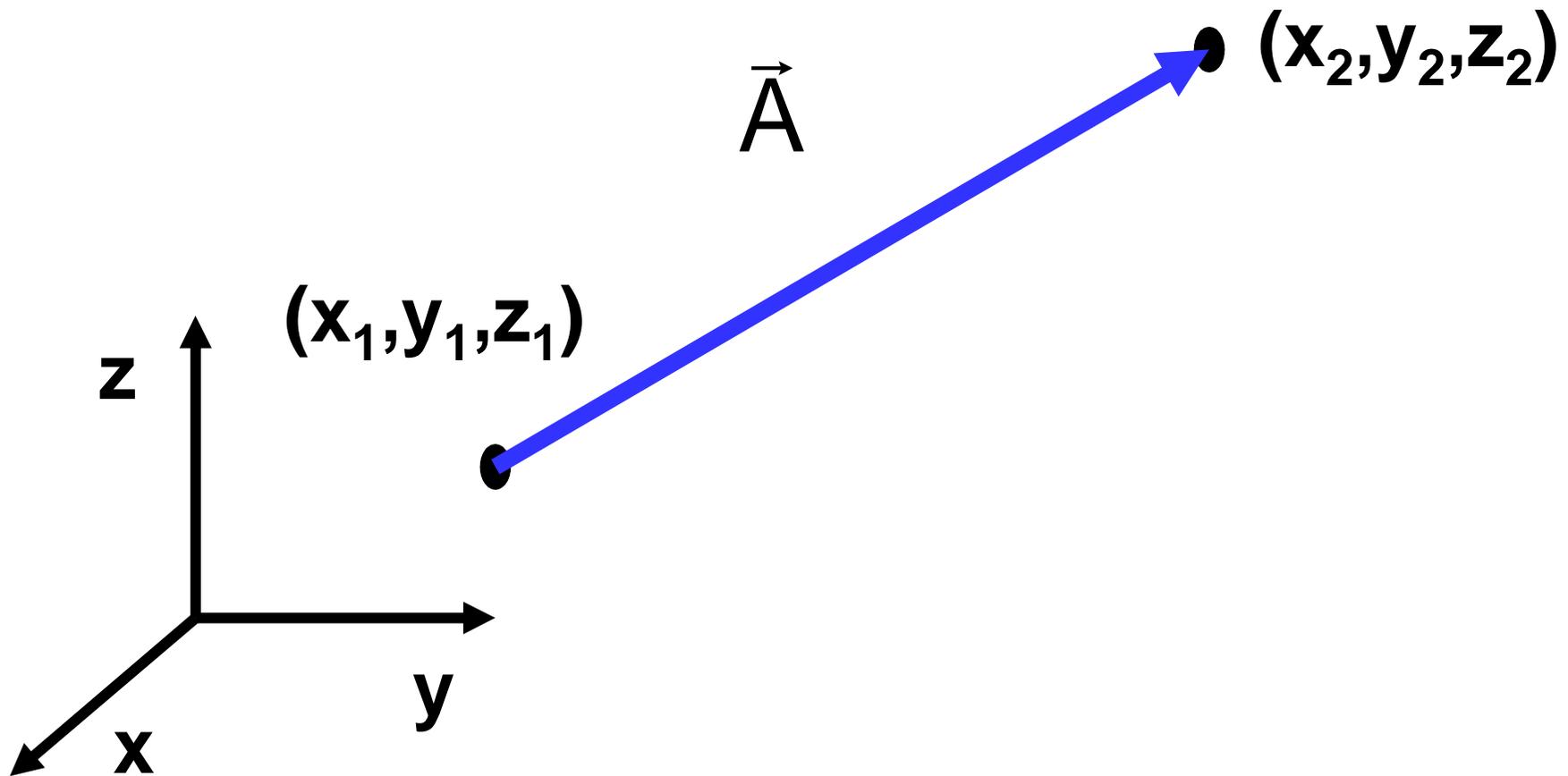
$$\vec{R} = \vec{A} + (-\vec{B})$$



Ley Asociativa

$$\vec{R} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C}$$

Propiedades de la suma de vectores



$$\vec{A} = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

Puntos a tratar

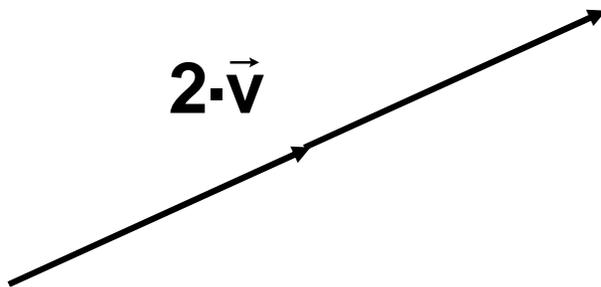
1. Definición geométrica de un vector
2. Definición algebraica de un vector
3. Magnitud y dirección
4. Suma de vectores
5. Propiedades de la suma de vectores
6. Producto de un vector por un escalar
7. Espacio tridimensional
8. Vector en \mathbb{R}^3
9. Operaciones
10. Vectores unitarios
11. Paralelismo

Producto de un vector por un escalar

Es otro vector que se obtiene de la siguiente forma:

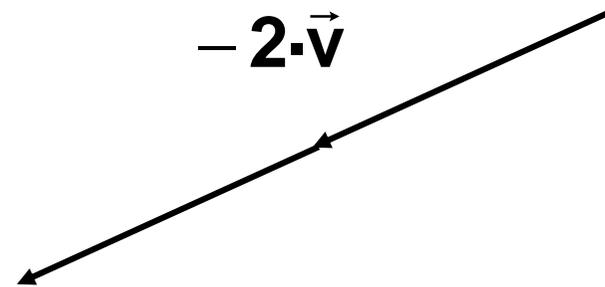
Si $k > 0$ (2 por ej.)

$$\left\{ \begin{array}{l} |2\vec{v}| = 2 \cdot |\vec{v}| \\ \text{dir. } 2\vec{v} = \text{dir. } \vec{v} \\ \text{sentido de } 2\vec{v} = \text{sentido de } \vec{v} \end{array} \right.$$

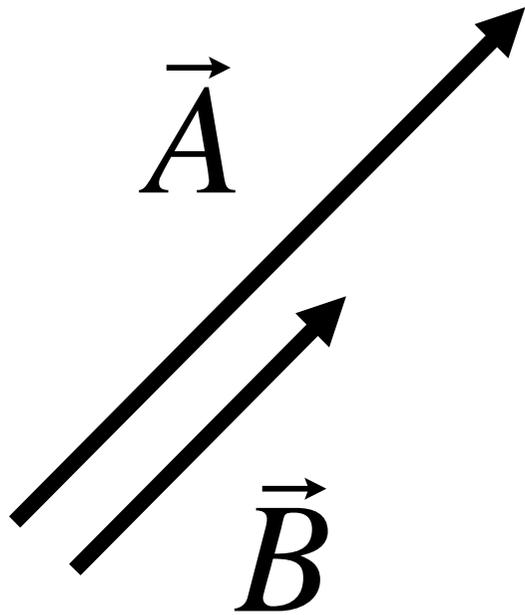


Si $k < 0$ (-2 por ej.)

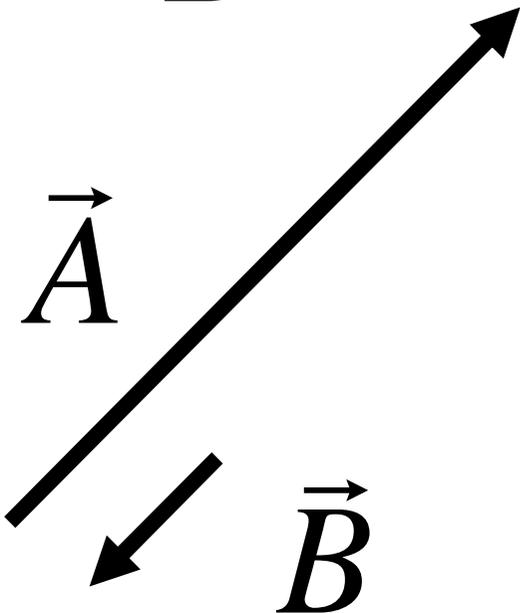
$$\left\{ \begin{array}{l} |-2\vec{v}| = 2 \cdot |\vec{v}| \\ \text{dir. } (-2\vec{v}) = \text{dir. } \vec{v} \\ \text{sentido } (-2\vec{v}) = \text{contrario a } \vec{v} \end{array} \right.$$



Producto de un vector por un escalar



$$\vec{B} = \frac{1}{2} \vec{A}$$



$$\vec{B} = -\frac{1}{4} \vec{A}$$

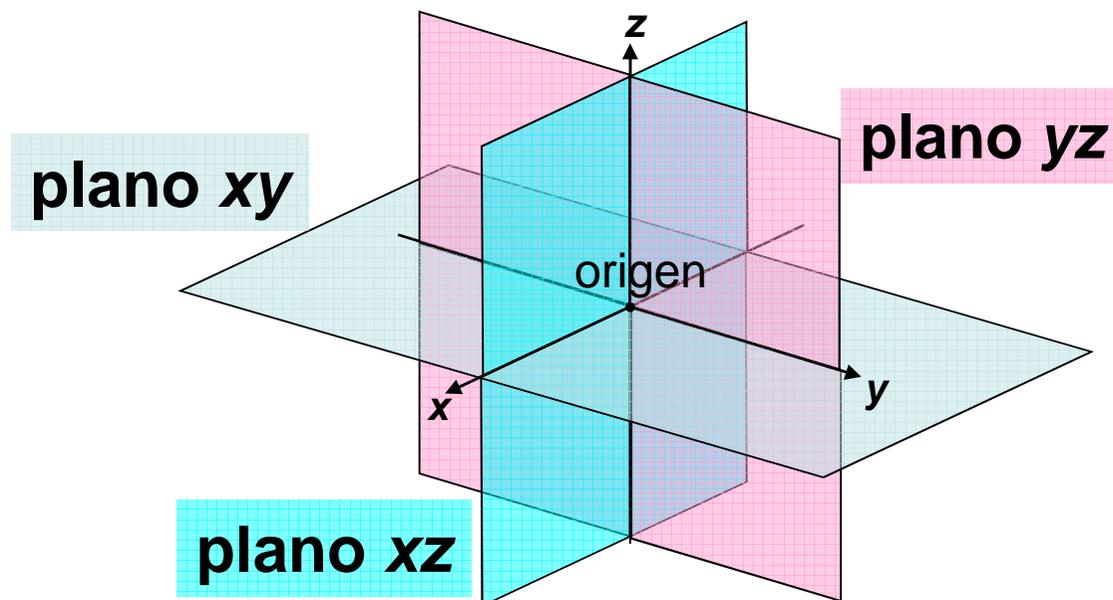
Puntos a tratar

1. Definición geométrica de un vector
2. Definición algebraica de un vector
3. Magnitud y dirección
4. Suma de vectores
5. Propiedades de la suma de vectores
6. Producto de un vector por un escalar
7. **Espacio tridimensional**
8. Vector en \mathbb{R}^3
9. Operaciones
10. Vectores unitarios
11. Paralelismo

Espacio tridimensional

El conjunto de todas las ternas ordenadas de números reales recibe el nombre de **espacio numérico tridimensional**, y se denota por \mathbb{R}^3 . Cada terna ordenada $(x; y; z)$ se denomina **punto** del espacio numérico tridimensional.

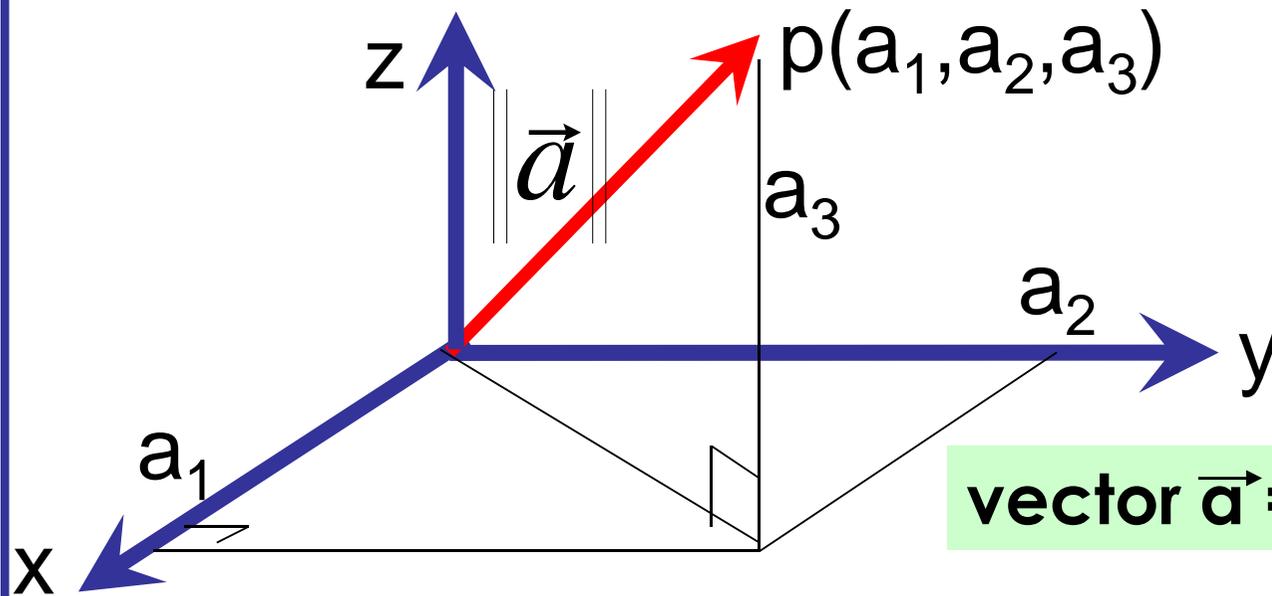
SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS



Puntos a tratar

1. Definición geométrica de un vector
2. Definición algebraica de un vector
3. Magnitud y dirección
4. Suma de vectores
5. Propiedades de la suma de vectores
6. Producto de un vector por un escalar
7. Espacio tridimensional
8. **Vector en \mathbb{R}^3**
9. Operaciones
10. Vectores unitarios
11. Paralelismo

Vector en R3



vector $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ de \mathbb{R}^3

módulo de \vec{a} :

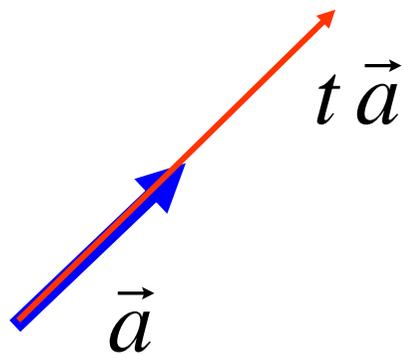
$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

Puntos a tratar

1. Definición geométrica de un vector
2. Definición algebraica de un vector
3. Magnitud y dirección
4. Suma de vectores
5. Propiedades de la suma de vectores
6. Producto de un vector por un escalar
7. Espacio tridimensional
8. Vector en \mathbb{R}^3
9. Operaciones
10. Vectores unitarios
11. Paralelismo

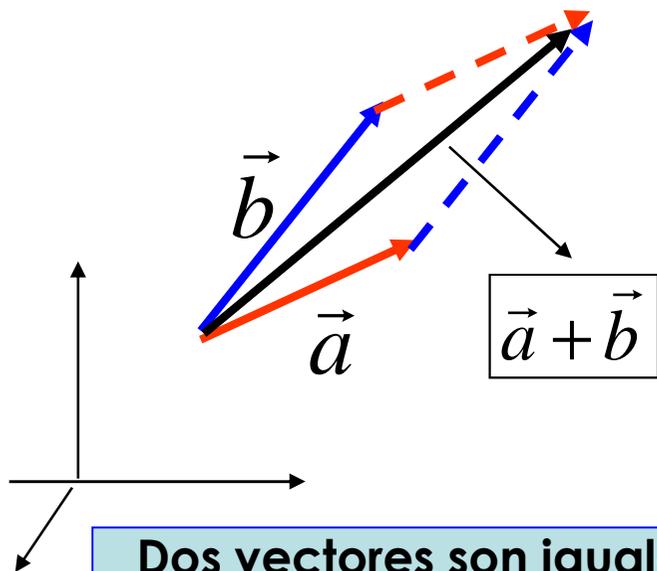
Operaciones

Producto de un escalar con un vector



$$t\vec{a} = (ta_1, ta_2, ta_3)$$

Suma de dos vectores



$$\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow a_1 = b_1, a_2 = b_2, a_3 = b_3$$

Puntos a tratar

1. Definición geométrica de un vector
2. Definición algebraica de un vector
3. Magnitud y dirección
4. Suma de vectores
5. Propiedades de la suma de vectores
6. Producto de un vector por un escalar
7. Espacio tridimensional
8. Vector en \mathbb{R}^3
9. Operaciones
10. **Vectores unitarios**
11. **Paralelismo**

Vectores unitarios

Son aquellos cuya norma es igual a la unidad.

$$\|\vec{u}\| = 1$$

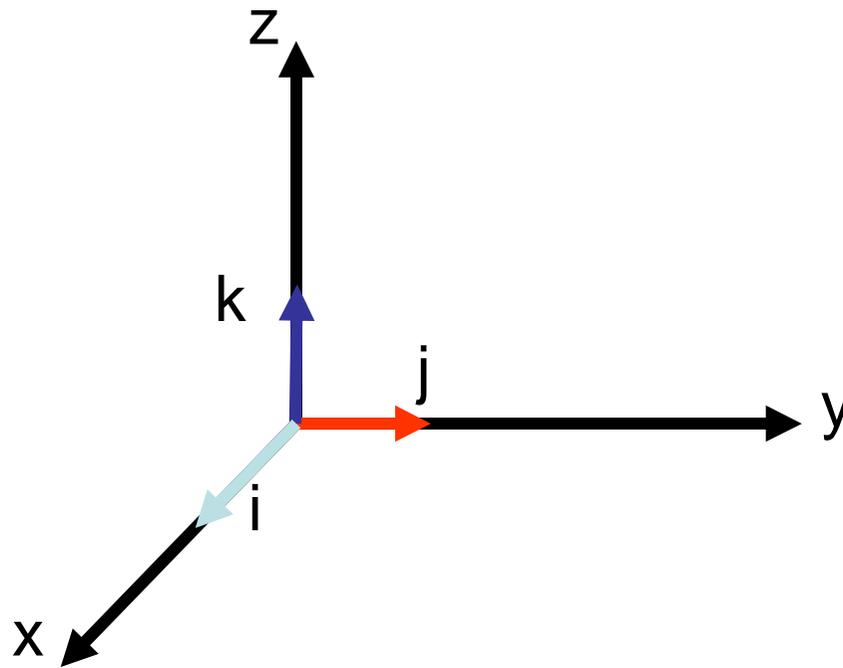
$$\vec{u}_a = \frac{\vec{a}}{\|\vec{a}\|} = \frac{(a_1, a_2, a_3)}{\|\vec{a}\|}$$

Nota: En \mathbb{R}^3 existen tres vectores que nos permiten representar cualquier otro vector como una combinación lineal de ellos. Se les llaman vectores canónicos y se representan por

$$\vec{i} = (1,0,0), \vec{j} = (0,1,0) \text{ y } \vec{k} = (0,0,1)$$

Vectores unitarios i , j y k

Los vectores i , j y k son unitarios y están dirigidos en la dirección de los ejes x , y y z respectivamente.



Puntos a tratar

1. Definición geométrica de un vector
2. Definición algebraica de un vector
3. Magnitud y dirección
4. Suma de vectores
5. Propiedades de la suma de vectores
6. Producto de un vector por un escalar
7. Espacio tridimensional
8. Vector en \mathbb{R}^3
9. Operaciones
10. Vectores unitarios
11. Paralelismo

Paralelismo

Dos vectores son paralelos entre sí si todas sus componentes son proporcionales.

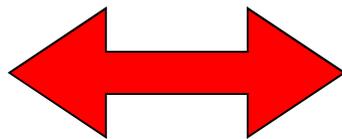
Ejemplo:

Dado:

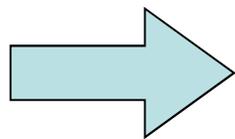
$$\vec{u} = (a_1, a_2, a_3)$$

$$\vec{v} = (b_1, b_2, b_3)$$

$$\vec{u} // \vec{v}$$



$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = k$$



$$\vec{u} = k \vec{v}$$

***“Todo el mundo desea saber,
pero pocos están dispuestos a
pagar el precio”.***

Juvenal